

Sujet 1

Exercice 1.

Déterminez le DL de : $x \mapsto \sin x$ en 0 à l'ordre 3.

Montrez que la fonction définie par : $x \mapsto \sin x/x$ est

- prolongeable par continuité en 0
- dérivable sur \mathbb{R} .

Exercice 2.

Déterminez le DL en 0 à l'ordre 5 de $f : x \mapsto \arctan x$ à partir du DL en 0 à l'ordre 4 de f' .

Exercice 3.

Déterminez le DL de : $X \mapsto \sqrt{1+X}$ en 0 à l'ordre 2.

Montrez que la courbe de : $x \mapsto \sqrt{1+x+x^2}$ admet une asymptote en $+\infty$.

Exercice 4.

i et j sont deux vecteurs libres de \mathbb{R}^2 , $u = i + 3j$ et $v = i + j$. f est l'endomorphisme de \mathbb{R}^2 transformant i en $7i + 9j$ et j en $-3i - 5j$.

1. Quelle est la matrice de f dans la base $\mathcal{C} = (i, j)$?
2. Justifiez que $\mathcal{B} = (u, v)$ est une base de \mathbb{R}^2 .
3. Déterminez la matrice de passage P de \mathcal{C} à \mathcal{B} .
4. Déterminez les coordonnées de $f(u)$ et de $f(v)$:
 - (a) dans la base \mathcal{C} ,
 - (b) dans la base \mathcal{B} .
5. Quelle est la matrice de f dans la base \mathcal{B} ?

Sujet 2

Exercice 1.

Déterminez le DL de : $x \mapsto \cos x$ en 0 à l'ordre 4.

Montrez que la fonction définie par : $x \mapsto (\cos x - 1)/x^2$ est

- prolongeable par continuité en 0
- dérivable sur \mathbb{R} .

Exercice 2.

Déterminez le DL en 0 à l'ordre 5 de : $g : x \mapsto \arcsin x$ à partir du DL à l'ordre 4 de g' .

Exercice 3.

Déterminez le DL de : $X \mapsto \exp(X - X^2)$ en 0 à l'ordre 2.

Montrez que la courbe de : $x \mapsto (x + 1) \exp\{(x - 1)/x^2\}$ admet une asymptote en $+\infty$.

Exercice 4.

i et j sont deux vecteurs libres de \mathbb{R}^2 , $u = -i + 2j$ et $v = i + j$. g est l'endomorphisme de \mathbb{R}^2 transformant i en $i + 2j$ et j en i .

1. Quelle est la matrice de g dans la base $\mathcal{C} = (i, j)$?
2. Justifiez que $\mathcal{B} = (u, v)$ est une base de \mathbb{R}^2 .
3. Déterminez la matrice de passage P de \mathcal{C} à \mathcal{B} .
4. Déterminez les coordonnées de $g(u)$ et de $g(v)$:
 - (a) dans la base \mathcal{C} ,
 - (b) dans la base \mathcal{B} .
5. Quelle est la matrice de g dans la base \mathcal{B} ?

Sujet 3

Exercice 1.

Déterminez le DL de : $x \mapsto \tan x$ en 0 à l'ordre 3.

Montrez que la fonction définie par : $x \mapsto \tan x/x$ est

- prolongeable par continuité en 0
- dérivable sur $] -\pi/2, \pi/2[$.

Exercice 2.

Déterminez le DL en 0 à l'ordre 5 de : $h : x \mapsto \arccos x$ à partir du DL à l'ordre 4 de h' .

Exercice 3.

Déterminez le DL de : $X \mapsto \ln(1 + 2X)$ en 0 à l'ordre 3.

Montrez que la courbe de : $x \mapsto (x^2 + x + 1) \ln\{(x + 4)/(x + 2)\}$ admet une asymptote en $+\infty$.

Exercice 4.

i et j sont deux vecteurs libres de \mathbb{R}^2 , $u = 2i + j$ et $v = i + j$. h est l'endomorphisme de \mathbb{R}^2 transformant i en $-j$ et j en $2i + 3j$.

1. Quelle est la matrice de h dans la base $\mathcal{C} = (i, j)$?
2. Justifiez que $\mathcal{B} = (u, v)$ est une base de \mathbb{R}^2 .
3. Déterminez la matrice de passage P de \mathcal{C} à \mathcal{B} .
4. Déterminez les coordonnées de $h(u)$ et de $h(v)$:
 - (a) dans la base \mathcal{C} ,
 - (b) dans la base \mathcal{B} .
5. Quelle est la matrice de h dans la base \mathcal{B} ?