

## Sujet 1

### **Exercice 0.**

Énoncez le théorème des valeurs intermédiaires.

### **Exercice 1.**

$f$  est une fonction continue sur  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = (x^3 - 1)/(x^3 - 2x^2 + 2x - 1)$  si  $x \neq 1$  ; que vaut  $f(1)$  ?

### **Exercice 2.**

Étudiez la continuité à droite et à gauche en chaque point de  $\mathbb{R}$  de la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \lfloor x/2 \rfloor$ .

### **Exercice 3.**

Montrez qu'il existe  $0 \leq \gamma \leq \pi/4$  tel que :  $2\gamma - 1 = \sin(\gamma^2 + \pi/4)$ .

### **Exercice 4.**

□ Montrez que  $\ln(1 + 4x) \underset{0}{\sim} 4x$ .

□ Déterminez  $\lim_{x \rightarrow 0} \{\ln(1 + 4x)/(x + 3x^2)\}$ .

## Sujet 2

### **Exercice 0.**

Énoncez le théorème de la bijection monotone.

### **Exercice 1.**

$g$  est une fonction continue sur  $\mathbb{R}$  définie par :  $g(x) = (x^3 - x^2 - x - 2)/(x^3 - 3x^2 + 3x - 2)$  si  $x \neq 2$  ; que vaut  $g(2)$  ?

### **Exercice 2.**

Étudiez la continuité à droite et à gauche en chaque point de  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \lfloor -x \rfloor$ .

### **Exercice 3.**

Montrez qu'une fonction continue sur  $[0, 1]$  à valeurs dans  $[0, 1]$  admet au moins un point fixe.

### **Exercice 4.**

□ Montrez que  $((1 + \sin x)^5 - 1) \underset{0}{\sim} 5x$ .

□ Déterminez  $\lim_{x \rightarrow 0^+} ((1 + \sin x)^5 - 1)/(1 - \cos \sqrt{x})$ .

## Sujet 3

### **Exercice 0.**

Énoncez le théorème 'des gendarmes'.

### **Exercice 1.**

$h$  est une fonction continue sur  $\mathbb{R}$  définie par :  $h(x) = (x^3 + 2x^2 + 2x + 1)/(x^3 + 1)$  si  $x \neq -1$  ; que vaut  $h(-1)$  ?

### **Exercice 2.**

Étudiez la continuité à droite et à gauche en chaque point de  $\mathbb{R}$  de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = -\lfloor x/4 \rfloor$ .

### **Exercice 3.**

$f$  est une fonction continue sur  $[0, 2]$  telle que :  $f(0) = f(2)$ . Montrez qu'il existe  $0 \leq \gamma \leq 1$  tel que :  $f(\gamma + 1) = f(\gamma)$ .

### **Exercice 4.**

□ Montrez que  $(e^{\sqrt{1+x}-1} - 1) \underset{0}{\sim} x/2$ .

□ Déterminez  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{\sqrt{1+x}} - e)/(2x + \sqrt{x})$ .