

Examen d'Actuariat

Durée : 2 heures.

L'utilisation d'un poste informatique, de logiciels de statistique, du cours et d'internet sont autorisés.

Exercice 1. (3pts)

Dans une population, le hasard instantané est $\lambda(t) = t/1000$.

1. Quelle est la durée de vie médiane dans cette population ?
2. Quelle est la durée de vie résiduelle moyenne de (20) ?
3. La durée de vie résiduelle décroît-elle stochastiquement avec l'âge ?

Exercice 2. (3pts)

Dix habitants d'Okinawa sont morts l'an passé à : 92, 82, 70, 100, 105, 83, 107, 111, 101, 97 ans. On suppose la durée de vie des habitants de l'île distribuée selon une loi $Gamma(k = 2, \lambda)$.

1. Estimez λ par Maximum de Vraisemblance.
2. Déterminez un intervalle de confiance à 95% de λ .
3. Déterminez la valeur de BIC du modèle $Gamma$ estimé.

Exercice 3. (4pts)

Cent sujets de quarante ans sont observés durant vingt ans :

- dix d'entre eux sortent de l'étude au bout de : 5, 5, 5, 5, 10, 10, 10, 10, 18, 18 ans sans que leur décès soit observé
- quinze sujets meurent au bout de : 4, 4, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 16, 16, 16, 16, 18, 18 ans
- les autres sujets survivent au terme de l'étude.

Un contrat destiné à (40) paie 1000 dans quinze ans à qui survit à cet instant et 0 sinon. Déterminez la valeur actuelle moyenne du bénéfice en supposant une force d'intérêt constante : $\delta = 0.04$ et en utilisant l'estimateur de Kaplan-Meier.

Exercice 4. (4pts)

Un contrat sur deux ans destiné à (x) et (y) paie : 200 à la date anniversaire suivant le dernier décès si celui-ci survient avant deux ans, 100 aux deux ans du contrat si (x) ou (y) est toujours vivant, 0 dans les autres cas.

Ce contrat est payé par deux primes successives de 50 tant que (x) ou (y) est vivant. Le taux d'intérêt annuel est de 100% et : $p_x = 0,8$; $p_{x+1} = 0,6$; $p_y = 0,7$; $p_{y+1} = 0,5$.

Quelle est la valeur actuelle moyenne du bénéfice ?

Exercice 5. (3pts)

Un contrat destiné à (x) verse une rente au taux constant $c(t) = 1$: jusqu'au décès si celui ci survient dans les cinq ans, ou pendant cinq ans si le décès ne survient pas avant.

Déterminez la valeur actuelle moyenne du bénéfice en supposant la force de mortalité constante : $\mu_x(t) = 0,02$ et la force d'intérêt constante : $\delta(t) = 0,05$.

Exercice 6. (3pts)

Une assurance temporaire sur 20 ans destinée à (x) paie 1 au moment du décès si celui ci survient avant 20 ans et 0 sinon. Le hasard instantané de (x) est $\mu_x(t) = t/1000$ et la force d'intérêt : $\delta = 0,04$. Déterminez le quantile d'ordre 0,9 de la valeur actuelle du bénéfice.
