Examen de Statistique

Durée : 2 heures. Sont autorisés : la calculatrice, les tables de quantiles fournies avec l'énoncé, un résumé du cours au format A4 recto verso. Tout autre document/instrument électronique est interdit.

Exercice 1. (4 pts) – questionnaire à choix multiples

Une seule des trois réponses proposées à chacun des quatre items suivants est exacte ; entourez sans justification la réponse qui vous semble correcte et rayez les autres. Une réponse juste apporte 1 point ; une réponse fausse enlève un demi point ; une absence de réponse n'apporte ni n'enlève de points.

- 20% des Suisses aiment les yaourts Yop ; avec quelle probabilité^a la proportion d'amateurs de Yop est-elle comprise entre 0,18 et 0,22 dans un échantillon de cinquante Suisses ? (a) 0,24 (b) 0,26 (c) 0,28
- La valeur observée du χ^2 lorsqu'on teste l'indépendance de deux variables qualitatives à 2 et 4 modalités est 7,5. Au seuil de 5%, l'indépendance de ces variables : (a) doit être rejetée (b) ne doit pas être rejetée (c) est indécidable.
- La moyenne μ du prix en euros d'une baguette de pain est inconnue, sa variance est $\sigma^2 = 0,01$ et 30 baguettes achetées dans des boulangeries différentes coûtent en moyenne 1 €. Ainsi, l'intervalle de confiance de μ au niveau 95% est : (a) $IC_{0,95}(\mu) = [0,96; 1,04]$ (b) $IC_{0,95}(\mu) = [0,92; 1,08]$ (c) $IC_{0,95}(\mu) = [0,88; 1,12]$.
- La variance corrigée des salaires^b vaut 900 pour un échantillon de neuf cadres féminins et 1000 pour un autre échantillon de huit cadres masculins. Au seuil de 10%, l'hypothèse selon laquelle la variance du salaire des cadres ne dépend pas du genre : (a) doit être rejetée (b) ne doit pas être rejetée (c) est indécidable.

Exercice 2. (4 pts) – test d'indépendance du χ^2

Table 1 répartit cent téléspectateurs selon le programme préféré et la chaîne favorite.

		programme préféré		
		film	journal	sport
chaîne favorite	Ch. 1	12	13	9
	Ch. 2	10	18	11
	Ch. 3	7	12	8

Table 1: Répartition de cent téléspectateurs selon le programme préféré et la chaîne favorite

On souhaite déterminer dans un test de χ^2 si le programme et la chaîne préférés d'un téléspectateur sont indépendants.

- Dressez le tableau des effectifs théoriques sous hypothèse d'indépendance.
- Déterminez la valeur de la statistique du χ^2 .
- Doit-on rejeter l'indépendance des deux variables au seuil de 5% ?

Exercice 3. (4 pts) – théorème central limit

Lorsqu'elle est exprimée en euros, la DAM^c d'une femme française est distribuée selon une loi de moyenne $\mu = 230$ et de variance $\sigma^2 = 3600$.

- Avec quelle probabilité la DAM moyenne de trente françaises dépasse-t-elle 250 euros ?
- Quelle serait la taille d'un échantillon de françaises dont la DAM moyenne vaut au plus 210 € avec 1% de chances ?

Exercice 4. (4 pts) – test de comparaison de deux moyennes

La moyenne de huit rendements d'un actif A vaut 0,3 et leur variance 0,05 ; la moyenne de dix rendements d'un actif B vaut 0,2 et leur variance 0,04.

Par un test unilatéral au seuil de 5%, on souhaite décider si le rendement moyen d'un actif A est égal (hypothèse $\mathcal{H}_0$) ou supérieur (hypothèse $\mathcal{H}_1$) à celui d'un actif B. On note σ_A^2 la variance du rendement d'un actif A et σ_B^2 celle d'un actif B. Énoncez et justifiez la décision du test dans chacun des cas suivants :

^aarrondie au centième supérieur

^bmesurés en euros

^cDépense Annuelle en Maquillage

1. $\sigma_A^2 = 0,08$ et $\sigma_B^2 = 0,06$
2. σ_A^2 et σ_B^2 sont inconnus mais égaux.

Exercice 5. (4 pts) – modèle de régression linéaire

On considère les données grunfeld disponibles sous <http://people.stern.nyu.edu/wgreene/Econometrics/grunfeld.csv>. Voici les statistiques observées dans un modèle linéaire expliquant la valeur réelle du capital (C) par l'investissement (I) et la valeur réelle de la firme (F).

```
-----
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-461.90 -154.80  -53.03  125.86  671.70

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 163.81362   20.36140    8.045 7.91e-14 ***
I             1.27398    0.14070    9.055 < 2e-16 ***
F            -0.06818    0.02321   -2.937 0.00371 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 221.9 on 197 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4625, Adjusted R-squared:  0.4571
F-statistic: 84.76 on 2 and 197 DF,  p-value: < 2.2e-16
-----
```

1. Décrivez le modèle de régression linéaire.
2. Que valent les estimations des paramètres ?
3. Quelle part de la variabilité du capital le modèle explique-t-il ?
4. Au seuil de 5%, doit-on rejeter l'hypothèse selon laquelle l'effet de l'investissement est nul ?
5. D'après le modèle estimé, quelle serait la valeur moyenne du capital pour les firmes dont la valeur réelle est : 5238,9 et l'investissement : 342,9 ?