

TD 3 : Lois de probabilités continues

Licence 3 Eco-Gestion, Statistiques appliquées aux problèmes décisionnels
2019- 2020

LOI UNIFORME

Exercice 1 : On remplit un verre de volume 40 cl d'une quantité aléatoire d'eau choisie uniformément entre 0 et 40 cl. Soit V la variable aléatoire correspondant à la quantité d'eau dans le verre.

1. Donner la loi de probabilité de V , son espérance et sa variance.
2. Dessiner la fonction de densité de probabilité de V .
3. Quelle est la probabilité d'obtenir moins de 15 cl d'eau ?
4. On vide 5 verres ainsi remplis dans une grande bassine. Quelle quantité moyenne d'eau obtient-on dans la bassine?

Exercice 2 : La variable aléatoire X est uniformément distribuée entre 1,0 et 1,5.

1. Représenter graphiquement la fonction de densité de probabilité
2. Calculer $P(1,2 \leq x \leq 1,5)$
3. Calculer $P(1,0 \leq x \leq 1,25)$
4. Calculer $P(x = 1,25)$

Exercice 3 : Un sondage réalisé pour une agence de voyage montre que, durant leur séjour à l'étranger, les dépenses (hors hébergement) des individus dont le revenu annuel est supérieur à 40 000 € représentent 136 € par jour. Soit X la variable aléatoire correspondant aux dépenses quotidiennes, on suppose que X suit une loi uniforme dont la fonction de densité est donnée par $f(x) = 0,00625$ pour $a \leq x \leq b$

- 1 Déterminer les valeurs de a et b
- 2 Quelle est la probabilité pour que les individus de ce groupe aient des dépenses quotidiennes comprises entre 100 et 200 €.
- 3 Quelle est la probabilité pour que les dépenses de ces individus soient supérieures ou égales à 150 €.
- 4 Quelle est la probabilité pour que les dépenses de ces individus soient inférieures ou égales à 80 €

LOI EXPONENTIELLE

Exercice 4 :

Une Variable X suit une loi exponentielle de paramètre $\mu > 0$

- 1) Déterminer le paramètre de cette loi sachant que $P(X \leq 45) = 0,05$
- 2) Que vaut $P(X > 45)$?

Exercice 5 :

Le temps qui s'écoule entre l'arrivée de deux véhicules à un carrefour suit une loi exponentielle avec une moyenne de 12 secondes.

1. Quelle est la probabilité que le temps qui s'écoule entre l'arrivée de deux véhicules soit inférieur ou égal à 12 secondes ?
2. Quelle est la probabilité que le temps qui s'écoule entre l'arrivée de deux véhicules soit inférieur ou égal à 6 secondes ?
3. Quelle est la probabilité que le temps qui s'écoule entre l'arrivée de deux véhicules soit supérieur ou égal à 30 secondes ?

LOI NORMALE

Exercice 6 : Soit Z une v.a. normale centrée réduite. Utilisez la table des probabilités de la loi normale centrée réduite pour calculer les probabilités suivantes :

1. $P(0 \leq Z \leq 0,73)$,
2. $P(-1,37 \leq Z \leq 0)$
3. $P(Z > 0,9)$
4. $P(Z \leq -0,52)$
5. $P(Z > -0,71)$
6. $P(-1,98 \leq Z \leq 0,49)$
7. $P(0,82 \leq Z \leq 1,38)$
8. $P(-1,45 \leq Z \leq -1,04)$
9. $P(Z > 0)$

Exercice 7 : Z est une v.a. normale centrée réduite, trouvez la valeur z de Z dans les cas suivants :

1. L'aire à gauche de z est égale à 0,2061
2. L'aire entre $-z$ et z est égale à 0,9030
3. L'aire à gauche de z est égale à 0,9871
4. L'aire à droite de z est égale à 0,6915

Exercice 8 : Selon une étude récente, le montant moyen emprunté par les étudiants pour financer une année de spécialisation en école de commerce est de 17 000 € (frais d'inscriptions inclus). On suppose que ce montant suit une loi normale avec un écart type de 1900 €.

1. Quel est le montant moyen des 9% des emprunts les plus faibles ?
2. Quel est le pourcentage des emprunts dont le montant est supérieur ou égal à 20000 € ?
3. Si on s'intéresse aux 4% des emprunts les plus élevés, quel est leur montant moyen ?

Exercice 9 : Le Restaurant Universitaire (RU) de Bordeaux IV décide de rajouter des brochettes de saumon à son menu étudiant ! Soit « X : la variable aléatoire qui, à chaque brochette associe sa masse ». On admet que X suit une loi normale de moyenne 175 g et d'écart type 9 g. Seules les brochettes dont la masse est comprise entre 164,02 g et 192,82 g sont acceptées à la cuisson. Quelle est la probabilité qu'une brochette, prise au hasard, soit acceptée à la cuisson ?