Evaluation n°1 **Mathématiques pour l'économie**
Licence AES - 1e année **Année 2012-2013**
Université Montesquieu Bordeaux IV **7 Mars 2013**

Durée : une heure.
Les calculatrices sont autorisées ; tout autre matériel électronique (comme le téléphone portable) est interdit comme le sont les documents papier.

Exercice 1. (10 pts)

Une seule des trois réponses proposées à chacun des dix items suivants est exacte ; entourez sans justification la réponse qui vous semble correcte et rayez les autres. Une réponse juste apporte un point ; une réponse fausse enlève 0,5 points ; une absence de réponse n'apporte ni n'enlève de points.

1. Les coordonnées $(x; y)$ des points du domaine en gris (Fig. 1) vérifient :

(a) $x+2y \leq 20$ et $2x+y \leq 16$ (b) $x+2y \geq 20$ et $2x+y \leq 16$ (c) $x+2y \leq 20$ et $2x+y \geq 16$.

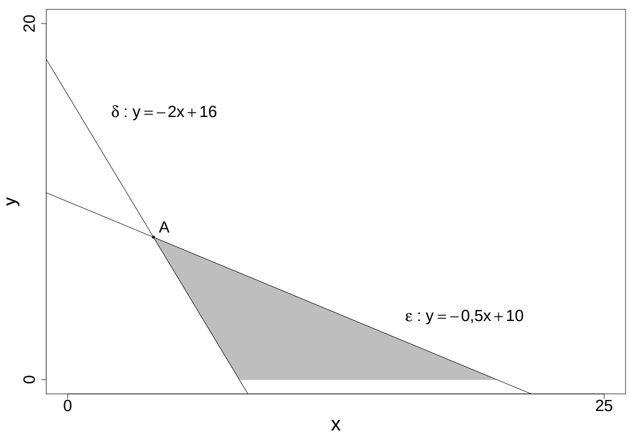

Fig. 1

2. Les droites δ et ϵ de Fig. 1 se coupent au point A de coordonnées :

   (a) $(3; 9)$ (b) $(4; 8)$ (c) $(5; 7)$.

3. x et y étant deux réels positifs vérifiant $x + 2y \geq 20$ et $2x + y \leq 16$, la plus petite valeur de $x + y$ est :

   (a) 14 (b) 10 (c) 6.

4. Avec 20 citrons et 16 oranges on fait des filets A (1 citron & 2 oranges) à 2 euros et des filets B (2 citrons & 1 orange) à 3 euros. Le problème d'optimisation permettant d'obtenir le meilleur chiffre d'affaire s'écrit :

   (a) contraintes : $x + 2y \leq 16$; $2x + y \leq 20$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.
   objectif : optimiser $2x + 3y$.

   (b) contraintes : $x + 2y \leq 20$; $2x + y \leq 16$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.
   objectif : optimiser $3x + 2y$.

   (c) contraintes : $x + 2y \leq 20$; $2x + y \leq 16$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.
   objectif : optimiser $2x + 3y$.

5. Le coût moyen de production d'un bien est :

   (a) le quotient du coût total par la quantité de bien produite

(b) le produit du coût total par la quantité de bien produite

(c) la dérivée du coût total.

6. Si la production de x barils de pétrole coûte $x^2 - 30x + 5000 + 10^4/x$ euros en moyenne, le coût marginal en $x = 144$ est :

   (a) $2\times144-30-10^4/144^2$ (b) $2\times143-30-10^4/143^2$ (c) $3\times144^2-2\times30\times144+5\times10^3$.

7. f est une fonction de deux variables définie par $f(x;y) = 5x^2y^3$. L'équation du plan tangent à la surface représentant f au point $(0,5;1;1,25)$ est :

   (a) $z = -5 + 5x + 3,75y$ (b) $z = -6 + 5x + 3,75y$ (c) $z = -6 + 5x + 4,25y$.

8. Produire x unités d'un bien A et y unités d'un bien B coûte $(5x^{1/2}y^{1/4})$ euros. Le coût marginal relatif à la production de A est :

   (a) $\dfrac{2,5y^{1/4}}{\sqrt{x}}$ (b) $\dfrac{1,25\sqrt{x}}{y^{3/4}}$ (c) $\dfrac{5x^{-1/2}}{8y^{3/4}}$.

9. La production de dix unités de R et onze unités de S coûte 200€ et le $\text{TMST}_{\text{R,S}}$ vaut 2. Si l'on veut augmenter de quatre unités la production de R sans changer le coût de production, il faut :

   (a) diminuer de deux unités la production de S

   (b) augmenter de huit unités la production de S

   (c) diminuer de huit unités la production de S.

10. La vente de x titres A et y titres B rapporte $(x \times \sqrt{y})$ euros. Si les ventes de A augmentent de 1% et celles de B de 2%, les recettes augmentent de :

    (a) 1,5% (b) 2% (c) 3%.

Exercice 2. (10 pts)

On considère la fonction de production f d'un bien Z fabriqué à partir de deux biens X et Y qui donne la quantité z produite pour x unités de bien X et y unités de bien Y :

$$z = f(x;y) = \frac{1}{2}\,x^{\frac{3}{5}}\,y^{\frac{2}{3}}$$

.

1. Donner les expressions des productivités marginales.

2. Donner l'équation de l'isoquante de niveau 2 de f sous la forme $y = g(x)$.

3. (a) Montrer que la fonction de production est homogène et donner son degré d'homogénéité.

   (b) Que peut-on dire des rendements d'échelle de cette fonction ?

4. Donner l'expression du $\text{TMST}_{x,y}$ de f en $(x;y)$.

5. Déterminer les élasticités de z par rapport à x puis de z par rapport à y.

6. **Applications numériques**

   (a) Quel est le niveau de production si $x = 32$ et $y = 27$?

   (b) Comment compenser en quantité de bien Y une diminution de 1 unité de bien X à partir de $x = 180$ en gardant le même niveau de production $z = f(180;300)$?

   (c) Si x baisse de 5% et y augmente de 3%, quel est le taux de variation de z ?